

Tema 4: Solución a alguno de lo ejercicios de autocomprobación

3. Sean los sucesos $A = \text{el procesador } A \text{ está disponible}$ y $T_A = \text{el trabajo llega al procesador } A$. Idem para los procesadores B y C .

a) $P(\bar{A} \cap \bar{B} \cap \bar{C}) = P(\bar{A})P(\bar{B})P(\bar{C}) = 0.5 \cdot 0.25 \cdot 0.25 = 0.03125$

b)

$$\begin{aligned} P((A \cap T_A) \cup (B \cap T_B) \cup (C \cap T_C)) &= P(A)P(T_A) + P(B)P(T_B) + \\ &\quad + P(C)P(T_C) \\ &= 0.5 \cdot \frac{2}{5} + 0.75 \cdot \frac{2}{5} + 0.75 \cdot \frac{1}{5} \\ &= 0.65 \end{aligned}$$

Ya que es la unión de sucesos incompatibles y estos a su vez son intersección de sucesos independientes.

- c) Nos piden $P[(T_A \cap T_A \cap T_A) \cup (T_B \cap T_B \cap T_B) \cup (T_C \cap T_C \cap T_C)]$. Como es la unión de sucesos incompatibles que, a su vez, son intersección de sucesos independientes, se tiene:

$$P(T_A)^3 + P(T_B)^3 + P(T_C)^3 = 0.064 + 0.064 + 0.008 = 0.136$$

- d) Nos piden la probabilidad de que llegue, por ejemplo, un trabajo para A , otro para B y otro para C . Este suceso es intersección de tres sucesos independientes. Debemos considerar también el orden de llegada, es decir los $3! = 6$ casos posibles.

$$P(T_A \cap T_B \cap T_C) = P(T_A)P(T_B)P(T_C) = 0.032$$

La probabilidad pedida es:

$$6 \cdot 0.032 = 0.192$$

4. Sea S el suceso $S = \text{el sistema funciona}$.

a)

$$\begin{aligned} P(S) &= P(A \cup B \cup C) \\ &= P(A) + P(B) + P(C) - P(A \cap B) - P(A \cap C) - P(B \cap C) + \\ &\quad + P(A \cap B \cap C) \\ &= P(A) + P(B) + P(C) - P(A)P(B) - P(A)P(C) - P(B)P(C) + \\ &\quad + P(A)P(B)P(C) \\ &= 3 \cdot 0.95 - 3 \cdot (0.95)^2 + (0.95)^3 = 0.999 \end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned} P(S) &= P((A \cap B) \cup C) \\ &= P(A \cap B) + P(C) - P(A \cap B \cap C) \\ &= (0.95)^2 + 0.95 - (0.95)^3 = 0.99 \end{aligned}$$

5. Sean los sucesos $S = \text{el rosal se seca}$ y $R = \text{el jardinero se acuerda de regar}$. Nos dan:

$$P(\bar{R}) = 2/3 \quad P(S|R) = P(\bar{S}|R) = 0.5 \quad P(\bar{S}|\bar{R}) = 0.25$$

Nos piden:

$$P(\bar{R}|S) = \frac{P(S|\bar{R})P(\bar{R})}{P(S|R)P(R) + P(S|\bar{R})P(\bar{R})} = \frac{0.75 \cdot 2/3}{1/2 \cdot 1/3 + 0.75 \cdot 2/3} = 0.74$$

7. Sean los sucesos $A = \text{tener la enfermedad}$ y $B = \text{resultado de la prueba positivo}$. Se dan las siguientes probabilidades:

$$P(B|A) = 0.9 \quad P(B|\bar{A}) = 0.1 \quad P(A) = 0.0001$$

Nos piden:

$$P(A|B) = \frac{P(B|A)P(A)}{P(B|A)P(A) + P(B|\bar{A})P(\bar{A})} = \frac{0.9 \cdot 0.0001}{0.9 \cdot 0.0001 + 0.1 \cdot 0.9999} = 0.0009 \approx 0.001$$

Por tanto, de cada 1000 que den resultado positivo en la prueba, únicamente uno padecerá realmente la enfermedad.